

Circuitos Lógicos

Aula 7

Aula passada

- Variáveis booleanas
- Operadores booleanos
- Tabela verdade
- Portas lógicas

Aula de hoje

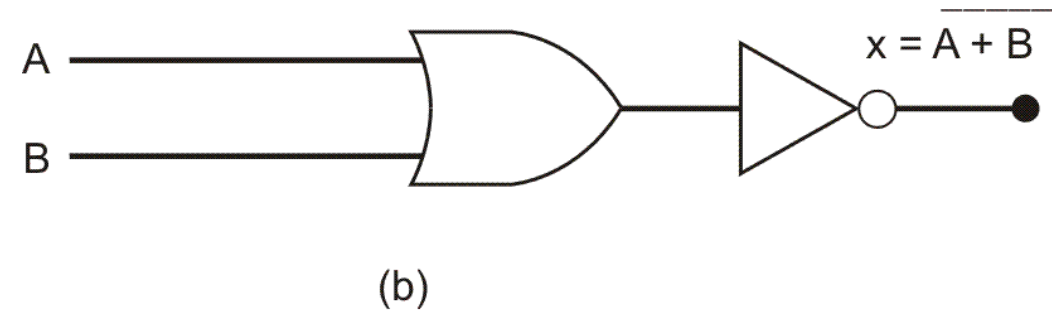
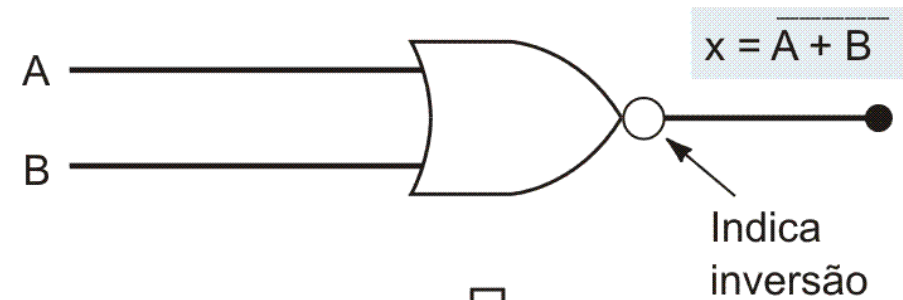
- Portas NAND e NOR
- Teoremas booleanos
- Teorema de DeMorgan
- Universalidade NAND e NOR

Combinando Operadores

- Combinação de operadores básicos (primitivos) para construir outros operadores
 - primitivos: OR, AND, NOT
 - ordem mais alta
- Vantagens
 - facilidade de descrever o circuito
 - universalidade
 - melhor desempenho
- Dois operadores combinados NOR e NAND
 - “N” significa negação

NOR

- Negação do OR
 - resultado do OR negado
- Tabela verdade?
- Expressão algébrica booleana?
- Símbolo da Porta?

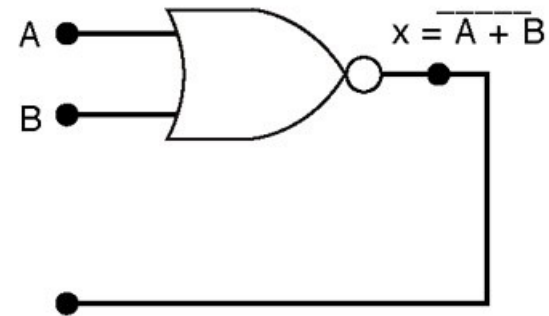
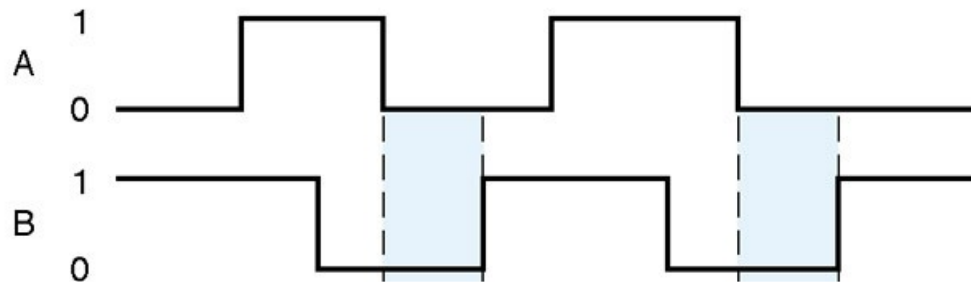


		OR		NOR	
A	B	$A + B$		$\overline{A + B}$	
0	0	0		1	
0	1	1		0	
1	0	1		0	
1	1	1		0	

(c)

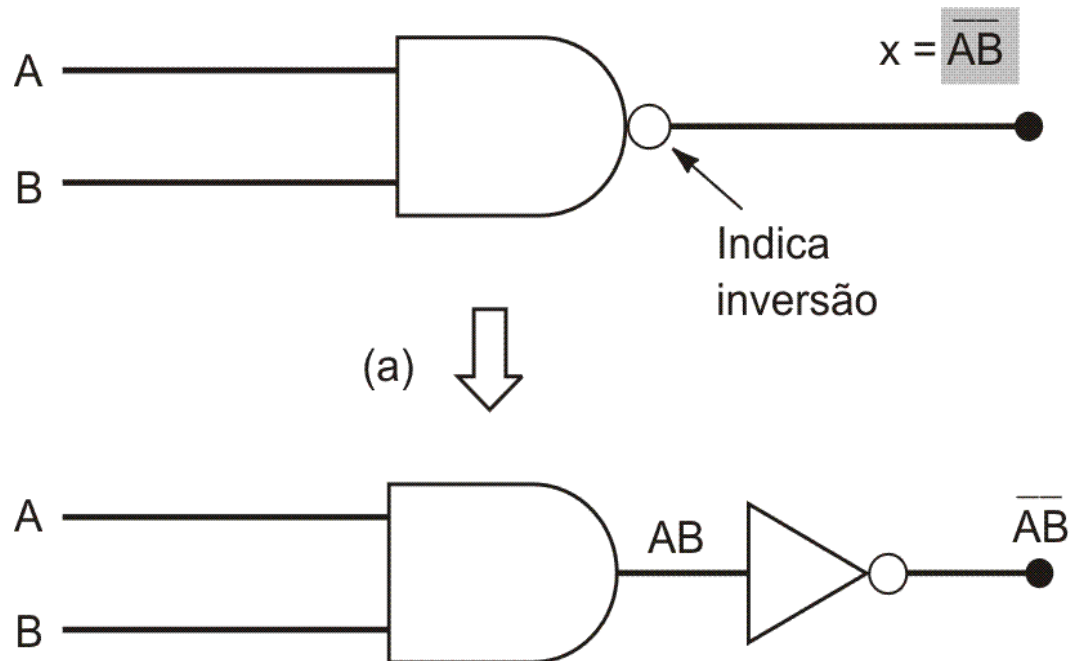
Valores de Saída

■ Resultado na saída no tempo?



NAND

- Negação do AND
 - resultado do AND negado
- Tabela verdade?
- Expressão algébrica booleana?
- Símbolo da Porta?

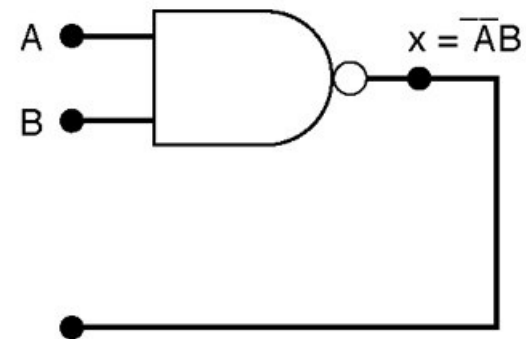
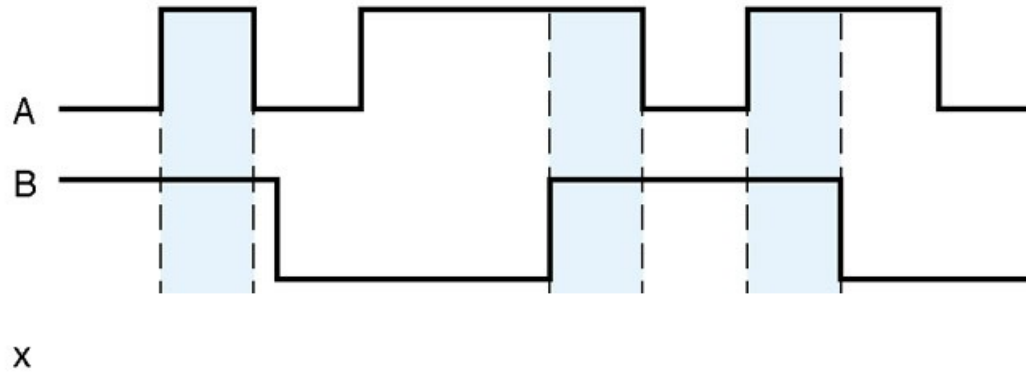


		AND		NAND	
A	B	AB		$\overline{AB}$	
0	0	0		1	
0	1	0		1	
1	0	0		1	
1	1	1		0	

(c)

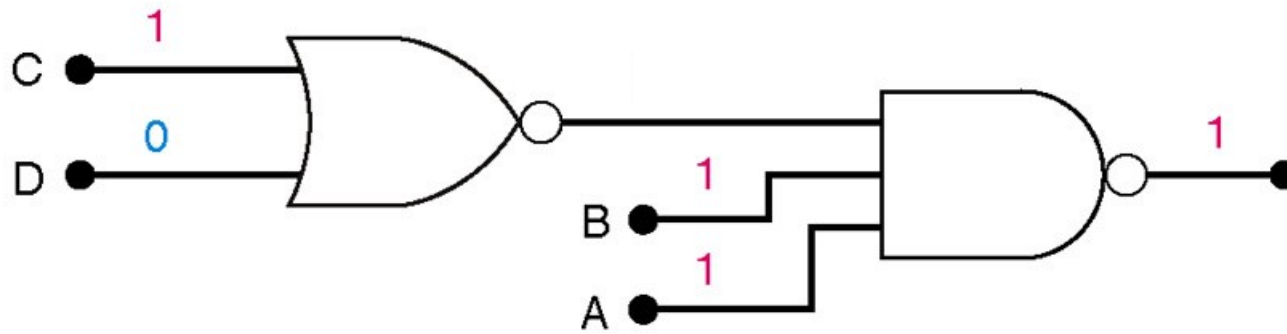
Valores de Saída

■ Resultado na saída no tempo?



Valores de Saída

- Outro exemplo com NOR e NAND
- Expressão algébrica?



Teoremas Booleanos

- Regras (teoremas, propriedades) da álgebra de Boole
- Simplificar expressões lógicas
 - o que simplifica os circuitos
- Equivalente a simplificar *expressões algébricas*

Regras para simplificar expressões algébricas?

- Ex. $(8x^2 - 8x + 2) / (2x - 1) = ???$
- Mais fácil que teoremas e regras algébricas!

Teoremas Booleanos



Exemplo de uma regra Booleana?

- Variável A, constante 0/1 e operads AND, OR, NOT

- Operador OR

- $A + 1 = ?$

- $A + 0 = ?$

- Operador OR (A')

- $A' + 1 = ?$

- $A' + 0 = ?$

- Operador AND

- $A . 1 = ?$

- $A . 0 = ?$

- Operador AND (A')

- $A' . 1 = ?$

- $A' . 0 = ?$

- Prova dos teoremas via tabela verdade!

Teoremas Booleanos



Exemplo de uma regra Booleana?

- Duas variáveis e operadores AND, OR, NOT

- Comutativa

- $A + B = B + A$

- $A \cdot B = B \cdot A$

- Distributiva

- $A(B+C) = AB + AC$

- $(A+B)(C+D) = AC+AD+BC+BD$

- Associativa

- $(A + B) + C = A + (B + C)$

- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

- Prova dos teoremas via tabela verdade!

Teoremas Booleanos

- Propriedades anteriores são equivalentes na álgebra aritmética
- Propriedades diferentes
 - $A + AB = ? \longrightarrow A$
 - $A + A'B = ? \longrightarrow A + B$
 - $A' + AB = ? \longrightarrow A' + B$
- Prova dos teoremas via tabela verdade
 - ou simplificação usando outros teoremas!

Exemplos

■ $Z = (A' + B)(A + B) \longrightarrow B$

■ $Z = ACD + A'BCD \longrightarrow CD(A+B)$

Leis de DeMorgan

- Regras para simplificação algébrica (e circuitos)
- Relaciona as duas operações básicas AND e OR
- $(A + B)' = A' \cdot B'$
- $(A \cdot B)' = A' + B'$
- Prova via tabela verdade!
- Válido também quando A e B são expressões algébricas (e não somente variáveis)
- Válido também para mais de duas variáveis
- $(A + B + C)' = A' \cdot B' \cdot C'$
- $(A \cdot B \cdot C)' = A' + B' + C'$

Exemplos

$$\blacksquare Z = ((A' + C).(B + D'))' \longrightarrow AC' + B'D$$

$$\blacksquare Z = ((AB)' . (CD)' . (EF)')' \longrightarrow AB + CD + EF$$

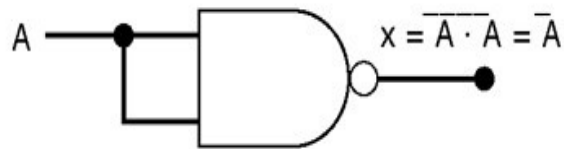
Universalidade

- Operadores primitivos AND, OR, NOT
 - Expressão lógica é definida por eles
- Operadores NAND: qualquer expressão pode ser escrita somente com NANDs
- Operadores NOR idem: qualquer expressão pode ser escrita somente com NORs
- Prova?

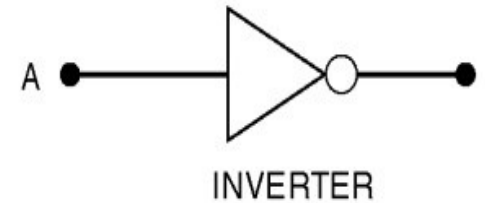
Mostrar que operadores primitivos podem ser escritos com NAND (ou NOR)

Universalidade do NAND

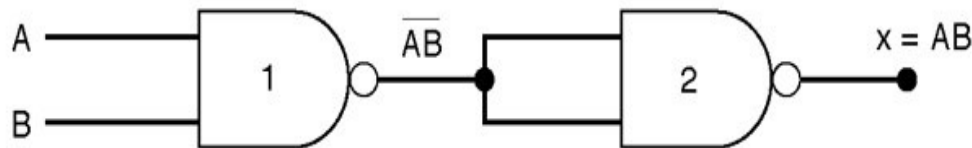
■ NOT



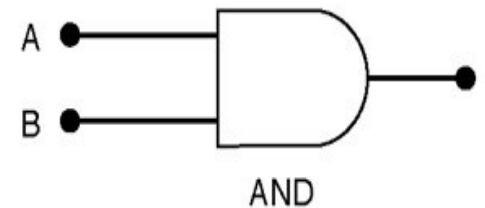
(a)



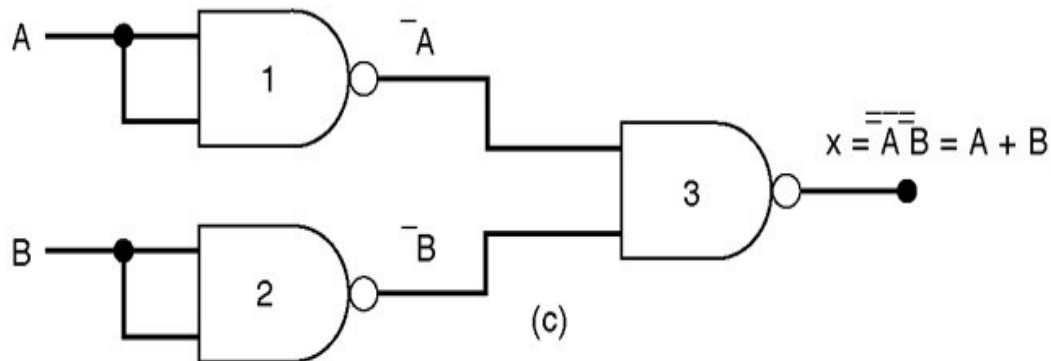
■ AND



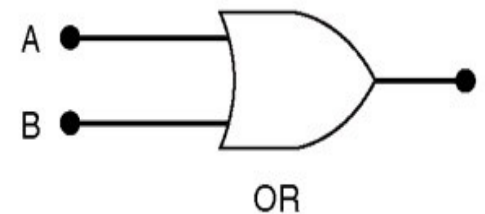
(b)



■ OR



(c)



■ Mostrar universalidade do NOR